

Propozycja wykładu dla uczestników studiów doktoranckich

Miara i całka

Wykład będzie poświęcony klasycznym zagadnieniom, na omówienie których w trakcie studiów I i II stopnia jest coraz mniej czasu. Zostaną pokrótce, na ogół bez dowodów, przypomniane pojęcia i fakty z zakresu teorii miary i całki, które zwykle znajdują się w kursowym wykładzie z Analizy matematycznej. Prócz tego zostaną szczegółowo, z dowodami i przykładami, omówione nowe fakty, rozszerzające teorię i pokazującą jej ważne zastosowania, między innymi w probabilistyce, teorii ergodycznej i teorii operatorów. Wykład, jak sądzę, będzie przydatny dla wszystkich tych, którzy prowadzą badania właśnie w tych dziedzinach.

Wśród omawianych zagadnień znajdują się:

1. Struktury zbiorów
2. Funkcje addytywne i σ -addytywne zbioru
3. Miara
4. Miara zewnętrzna
5. Miara Lebesgue'a jako przykład miary Haara
6. Produkt dowolnej rodziny miar probabilistycznych
7. Funkcje mierzalne. Różne rodzaje zbieżności ciągów funkcji mierzalnych
8. Całka Lebesgue'a
9. Całka jako funkcja zbioru
10. Całkowanie przez podstawienie
11. Operator Frobeniusa-Perrona. Miary niezmiennicze
12. Miary borelowskie w przestrzeniach metrycznych. Twierdzenie Ulama
13. Rozkłady Hahna i Jordana
14. Bezwzględna ciągłość σ -addytywnych funkcji zbioru. Twierdzenie Radona-Nikodyma